

О НЕКОТОРЫХ ФОРМУЛАХ ОПЕРАТОРНОГО ИНТЕРПОЛИРОВАНИЯ ЭРМИТА–БИРКГОФА В ПРОСТРАНСТВЕ НЕПРЕРЫВНЫХ МАТРИЦ

Игнатенко М. В., Янович Л. А.

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь,

e-mail: ignatenkomv@bsu.by;

Институт математики НАН Беларуси, Минск, Беларусь,

e-mail: yanovich@im.bas-net.by

Рассмотрим $X = C(T)$ – пространство непрерывных на $T = [a, b]$ матриц $A = A(t)$ и оператор $F : X \rightarrow Y$, где Y – некоторое множество функциональных матриц. Пусть узлы интерполирования $A_0(t)$ и $A_1(t)$ – матрицы из X , такие, что $A_0(t) - A_1(t) \neq 0$ при $t \in T$, а $\delta F[A_i; H_i]$ – дифференциал Гато оператора $F(A)$ в точке A_i по направлению $H_i \in X$.

Теорема 1. Для матричного многочлена второй степени

$$L_2(A) = F(A_0) + \frac{1}{2} \delta F[A_0; l_0(A)] + \frac{1}{2} \delta F[A_1; l_1(A)], \quad (1)$$

где $l_0(A) = (A - A_1)(A_0 - A_1)^{-1}(A - A_1) - (A_0 - A_1)$, $l_1(A) = (A - A_0)(A_1 - A_0)^{-1}(A - A_0)$, выполняются интерполяционные условия $L_2(A_0) = F(A_0)$, $\delta L_2[A_0; H_0] = \delta F[A_0; H_0]$, $\delta L_2[A_1; H_1] = \delta F[A_1; H_1]$.

Пусть, далее, матрицы $A_0(t)$, $A_1(t)$ и $A_2(t)$ – узлы интерполирования из X , при этом $A_2(t) \neq \frac{1}{2}[A_0(t) + A_1(t)]$ на T .

Теорема 2. Для матричного многочлена второй степени

$$L_2(A) = F(A_0) + \int_0^1 \delta F[A_0 + \tau(A_1 - A_0); l_{10}(A)] d\tau + \delta F[A_2; l_{11}(A)], \quad (2)$$

где $l_{10}(A) = (A - A_0)(2A_2 - A_1 - A_0)^{-1}(2A_2 - A - A_0)$, $l_{11}(A) = (A - A_0)(2A_2 - A_1 - A_0)^{-1} \times (A - A_1)$ выполняются интерполяционные условия $L_2(A_i) = F(A_i)$ ($i = 0, 1$). Если матрицы A_i ($i = 0, 1, 2$) и $(2A_2 - A_1 - A_0)^{-1}$ коммутируют с матрицей $H \in X$, то справедливо равенство $\delta L_2[A_2; H] = \delta F[A_2; H]$.

Интерполяционные формулы вида (1) и (2) могут найти применение для построения алгоритмов приближения операторов в пространстве непрерывных матриц. Достаточно полная теория операторного интерполирования изложена в [1].

Литература